

# Polonaise – Lawinentanz

## Systemaktivität

| Schuljahr                                               | Anzahl Personen                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MS–OS                                                   | 16 Personen und mehr                                                                                                                                                                      |
| Örtlichkeit                                             | Zeitbedarf                                                                                                                                                                                |
| Keine besonderen Angaben                                | 20 Minuten; länger, wenn genauere Besprechung oder Mathematisierung gewünscht                                                                                                             |
| Material                                                | Ziele und Systembegriffe                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Musik</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Lineares und exponentielles Wachstum bzw. verstärkende Rückkopplung erlebbar machen</li> <li>Verlaufsgrafik zeichnen und interpretieren</li> </ul> |

### Hintergrundinformationen

Diese Übung stellt das lineare dem exponentiellen Wachstum gegenüber. Beim exponentiellen Wachstum (im Beispiel: Verdoppelungsprozess) ist die Macht verstärkender Prozesse einfach erkennbar. Solche Prozesse sind im Alltagsgeschehen zwar überall vorhanden, doch meist werden sie in ihrer Zeitperspektive nicht richtig erkannt. So zum Beispiel, wenn jemand sagt: «Ich möchte, dass mein Lohn jedes Jahr 5% grösser wird.» Oder «Ich wünsche mir jedes Jahr einen neuen Computer, der 30% schneller ist als der des Vorjahres!» Die meisten Menschen verlassen sich auf ihre Erfahrung mit linearen Systemen, wenn es darum geht, das Resultat exponentiellen Wachstums abzuschätzen.

Jedes System, das exponentiell wächst, kommt irgendwann an seine Grenzen und der Prozess wird durch die begrenzenden Faktoren zum Gleichgewichtsprozess. Dann wird die Kurve abflachen oder gar umkehren. Es macht Sinn, diese Faktoren frühzeitig zu erkennen, da der Prozess sonst ausser Kontrolle geraten und die Konsequenzen verheerend sein können.

### Ablauf

Die Klasse sitzt im Kreis. Die Lehrperson spielt Musik ab. Zu Beginn marschiert ein Schüler/eine Schülerin zur Musik um die Klasse. Die Lehrperson unterbricht die Musik nach einigen Takten. Neue Tanzende kommen nach folgenden Regeln dazu:

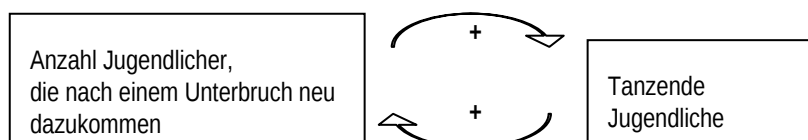
1. Version **lineares Wachstum**: Wenn die Musik unterbrochen wird, holen die Tanzenden **eine** Person neu in ihre Runde.
2. Version **exponentielles Wachstum** (Lawinentanz): Wenn die Musik unterbrochen wird, holt **jede/jeder Tanzende eine Person neu** in die Runde.

Fragen: Wie wächst die Zahl der Tanzenden? Beschreibt Unterschiede zwischen der 1. und 2. Version. Wie lange dauert es bei beiden Versionen, bis alle Schülerinnen und Schüler der Klasse bzw. des ganzen Schulhauses tanzen?

## Auswertung

Die Anzahl der Tanzenden wird für jede Version in einer Tabelle festgehalten. Nach dem 1. und 2. Unterbruch sind die Unterschiede zwischen den beiden Versionen noch nicht so auffallend. Nach dem 4. Unterbruch tanzen beim linearen Wachstum 5 Schülerinnen und Schüler, beim exponentiellen Wachstum sind es bereits 16.

Die Anzahl der Tanzenden verdoppelt sich beim exponentiellen Wachstum von Runde zu Runde. Was langsam beginnt, wächst plötzlich sehr schnell weiter. Prinzip der verstärkenden Rückkopplung: Je mehr Jugendliche sich auf der Tanzfläche bewegen, desto mehr Jugendliche kommen nach einer Runde dazu, desto...

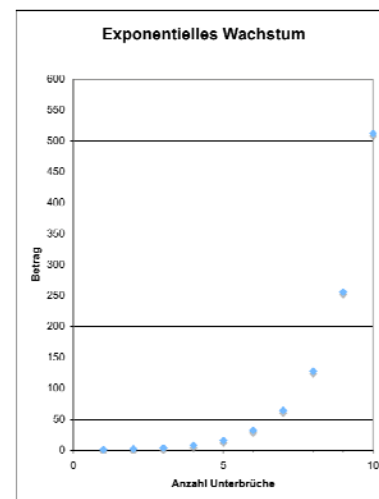


Noch eindrücklicher wird das exponentielle Wachstum, wenn weitergerechnet wird. Nach 8 Unterbrüchen tanzen 256 Jugendliche, also ungefähr 12 Klassen. Je nach Grösse des Schulhauses tanzen bereits nach 7 bis 10 Unterbrüchen alle Schülerinnen und Schüler! Während es beim linearen Wachstum erst 8 bis 11 Schülerinnen und Schüler sind. Illustrieren kann man das exponentielle Wachstum auch am Beispiel der Wasserlilien in einem Teich. Eine einzige Lilie wird ihrer Schönheit wegen eingesetzt. Wenn sie den Teich bedeckt, erstickt sie alles andere Leben dort. Sie verdoppelt sich jeden Tag. Wenn niemand kontrolliert, hat man nach 30 Tagen den halben Teich bedeckt. Wie viel Zeit bleibt, um ein Desaster zu vermeiden? (gerade mal ein weiterer Tag!)

In der Oberstufe können die beiden Wachstumsprozesse mit Hilfe einer Tabellenkalkulation modelliert werden. Dabei empfiehlt sich eine iterative Vorgehensweise, wie sie auch der Übung entspricht. Aus den Tabellen kann leicht herausgelesen werden, nach wie vielen Unterbrüchen beim exponentiellen Wachstum theoretisch die Bevölkerung eines Landes bzw. der ganzen Welt tanzt. Bei der Weltbevölkerung – mit mehr als 6 Milliarden Menschen ist die Zahl nach 33 Unterbrüchen (Verdoppelungen) erreicht. Mit Hilfe der Tabellenkalkulation lassen sich zudem leicht Verlaufsgrafiken zu den beiden Wachstumsprozessen erstellen.

### Beispiel: iterative Berechnung des exponentiellen Wachstums mit passender Verlaufsgrafik

| Unterbruch | Tanzende vor U. | Wachstum | Tanzende nach U. |
|------------|-----------------|----------|------------------|
| 1          | 1               | 200%     | 2                |
| 2          | 2               | 200%     | 4                |
| 3          | 4               | 200%     | 8                |
| 4          | 8               | 200%     | 16               |
| 5          | 16              | 200%     | 32               |
| 6          | 32              | 200%     | 64               |
| 7          | 64              | 200%     | 128              |
| 8          | 128             | 200%     | 256              |
| 9          | 256             | 200%     | 512              |



Didaktisch kann man die Frage weiterziehen und sich überlegen, was denn alles in dieser Weise wächst oder schrumpft und welches begrenzende Faktoren dazu sind, die dem exponentiellen Wachstum ein Ende setzen: Bevölkerung, Gerüchte, Krankheiten, Modeerscheinungen wie Tattoos, Piercings, Popularität von Popgruppen, politischen Kandidaten ... Die begrenzenden Faktoren lassen die Exponentialkurve abflachen. Mit der Oberstufe kann man Kurven von unterschiedlichen Beispielen interpretieren.

**Hinweis für die Lehrperson:** Problematisch ist, wenn wir uns auf lineares Denken abstützen. Die Verdoppelungszeit bei einer Exponentialfunktion  $N(t) = N(0) \cdot e^{kt}$ , wobei  $k$  die Wachstumskonstante ist und  $e$  die Eulersche Zahl 2.71828..., kann abgeschätzt werden durch die sehr **grobe Formel 70 : Wachstumskonstante**. So verdoppelt sich zum Beispiel ein Lohn, der sich jährlich um 5% vergrößert, in 14 Jahren! Ein Land von ursprünglich 10 Millionen Menschen, dessen Bevölkerung bloss um 2% pro Jahr wächst, hat nach 35 Jahren bereits 20 Millionen Einwohner!